

Брано Маркић¹
Сања Бијакшић²
Арнела Беванда³

Неуронске мреже у прогнозирању економског раста као индикатора конвергенције интеграцијског процеса

Neural Networks in Forecasting Economic Growth as a Convergence Indicator of Integration Process

Резиме

Економске интеграције поичу конвергенцију дохода јер елиминишу преуреке развијене међу чланицама, повећавају конкурентности, олакшавају процес развијеним технологијама, финансијским ресурсима, олакшавају процес новим знањима. Резултат је држи раст дохода сиромашнијих чланица, а то је један од главних економских разлога у корист интеграције. Међутим, свака регионална чланица има одређене економске ресурсе, дају економску структуру која резултира одређеном стопом раста мјереној пројекцијом друштва друштвеној производом. У раду се пројектира економски раст употребом умјетних неуронских мрежа. Резултати пројекције омогућавају реалну процјену „сиремности” одређеној економској систему да конвертира према нивоу просјечне развијености (просјечном БДП по глави становника) тако што се најпројекцијени раст пореди са просјечним стопом раста земаља чланица интеграције. Рада долази од хипотезе да је могуће израдити прихватљив модел процјене раста друштва друштвеној пројекцијом.

¹ Економски факултет Свеучилишта у Мостару, brano.markic@sve-mo.ba

² Економски факултет Свеучилишта у Мостару, sanja.bijaksic@sve-mo.ba

³ Економски факултет Свеучилишта у Мостару, arnela.budimir@sve-mo.ba

звода ујојредом умјетних неуронских мрежа. Пројноза економској расћа се темељи на релативном дојриносу јољојривреде, индустрије и услуга расћу друћо друштвеној јроизвода. Поузданост јројностичкој модела умјетних неуронских мрежа јроцјењује се на темељу јрешке која се мјери на излазном слоју неуронске мреже. Може се закључити на основу резултата јројнозе да се неуронска мрежа може ефикасно имплементирати у апликацијама јроцијене економској расћа.

Кључне ријечи: неуронске мреже, економски расћ, друћо друштвени јроизвод, R језик, конвергенција.

Summary

Economic integration fosters income convergence by eliminating obstacles exchanged among member states, increasing competitiveness, facilitating access to advanced technologies and financial resources, and facilitating access to new knowledge. The result is a faster growth in income of the poorer members and this is one of the main economic reasons in favor of integration. However, each potential member has certain economic resources, a given economic structure that results in a certain growth rate measured by changes in GDP. The paper predicts economic growth using artificial neural networks. The results of the forecast provide a realistic evaluation of “readiness” of a particular economic system to converge to the level of average development (average GDP per capita) by comparing this estimated growth with the average growth rates of member states of integration. The work is based on the hypothesis that it is possible to produce an acceptable model which estimates GDP growth using artificial neural networks. Economic growth forecast is based on the relative contribution of agriculture, industry and services to the growth of gross domestic product. The reliability of the prognostic model of artificial neural networks is based on the error measured at the output layer of the neural network. It can be concluded from the results of the forecast that a neural network can be effectively implemented in applications of economic growth estimation.

Keywords: neural networks, economic growth, gross domestic product, R language, convergence.

1. Увод

Интеграција је процес чији је циљ прилагођавање и хармонизација data driven modeling различитих друштвених и економских система. Логично је претпоставити да је темељни економски интерес интеграције мање развијених економија са развијенијим економијама, убрзање њихова раста

мјереног стопом промјена друштвеног бруто производа. Интеграције, по правилу, имају за посљедицу либерализацију робних и новчаних токова, уклањање препрека мобилности рада и капитала, бржу комерцијализацију истраживања, као и бржи трансфер технологија. Земље са слабијом технолошком опремљености и мањом продуктивношћу неће моћи одржати своју привредну структуру након интеграције ако њихова продуктивност не конвергира ка продуктивности рада развијенијих економија. Кључни аргумент конвергенције у неокласичној теорији раста је закон о опадајућим приносима. Неокласични модел раста Solow-Swan сматра да је стопа раста у дугом року зависна од двије егзогене варијабле: стопе раста становништва и стопе технолошког прогреса и да је независна од штедње. Међутим, новије теорије раста подразумевају константне или растуће приносе на капитал. Посебно се мјесто додјељује ендогеним варијаблама као што су економија знања темељена на трансферу технологија, истраживањима и развоју, инвестицијама у људски капитал. Циљ рада јесте анализа могућности и „поузданост” прогнозе економског раста имплементацијом неуронских мрежа као облика дубинског, надзираног учења. Наиме, бруто друштвени производ резултат је дохотка који остварују три кључна привредна сектора: пољопривреда, индустрија и услуге. Стога стопа економског раста мјерена растом бруто друштвеног производа (БДП) прати промјене релативног удјела тих сектора у бруто друштвеном производу. У раду се претпоставља да је стопа раста бруто друштвеног производа индикатор који синтетизира могућност раста потенцијалног аутопута економског система, а тиме и конвергенције ка развијеним земљама. Темељна идеја прогнозирања помоћу временских серија јесте да се сви фактори који утичу на једну варијаблу (нпр. на БДП) концентришу у подацима временске серије те варијабле (историјским подацима). Моделирање темељено на подацима (data driven modeling) се ослања на ту претпоставку (Wang, 2016). Зато је посебно важно реално спознати и процијенити могућности економског раста мјереног стопом раста бруто друштвеног производа. Тренирање неуронске мреже АИС_Б се темељи на промјенама релативних удјела тих сектора у раздобљу од 2000. до 2015. године у Босни и Херцеговини у односу на промјене бруто друштвеног производа. У прогностичке сврхе било је потребно тренирати још три неуронске мреже које на темељу временских серија промјене релативних удјела три привредна сектора омогућује њихову прогнозу за будућа временска раздобља. Те прогностичке вриједности су улази у неуронску мрежу АИС_Б.

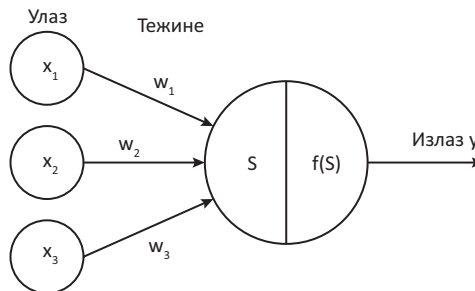
Прогнозирање раста бруто домаћег производа (Gross Domestic Product) објектом је истраживања већег броја радова. У литератури се тим проблемима прогнозирања бавио већи број аутора, али се са свим тим истраживањима квалитета прогностичких модела и данас баве респектабилни истра-

живачки центри, институти, развојне агенције и факултети. У употреби су различити модели неуронских мрежа у прогнозирању раста бруто друштвеног производа, а њихов је заједнички циљ минимизирање прогностичке грешке. Неуронске мреже се стално развијају и добијају нове архитектуре.

2. Неуронске мреже

Неуронске мреже настоје опонашати начин рада и структуру људског мозга у процесу обраде података. Темељно начело је масовна паралелна обрада података. Природну (биолошку) неуронску мрежу представља људски мозак или мозак животиња. У средишту природне неуронске мреже налазе се нервне станице. У таквој мрежи улазе с других неурона примају дендрити, аксон преноси импулсе, а везе с дендритима других неурона називају се синапсе. Неурон је најбитнија функцијска јединица људског мозга. Дендрити су дијелови нервне станице који примају информацију, тијело станице обрађује информацију, аксон омогућује пренос обрађених информација другим неуронима и синапсе – везе између краја аксона, дендрита и других неурона (Markić, 2014).

Умјетна неуронска мрежа је покушај имитације природних неуронских мрежа помоћу дигиталних компјутера опште намјене. Неурон је основни елемент неуронске мреже. Он прихвата улазе, обрађује их и производи један излаз. Улаз је податак или излаз из другог неурона.



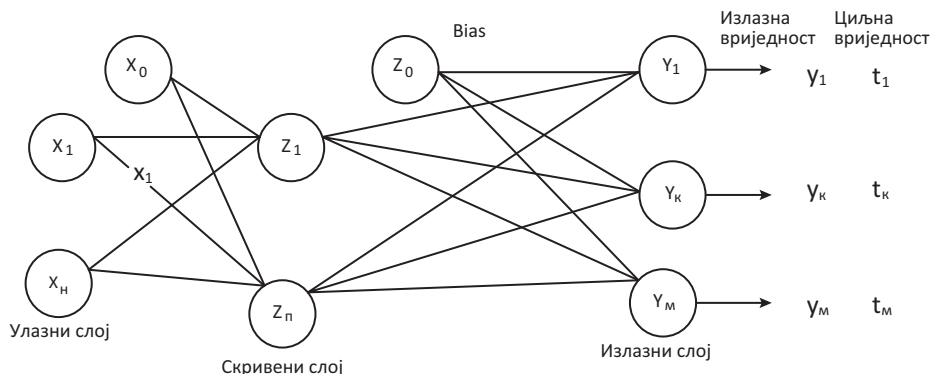
Слика 1. Умјетни неурон. Извор: Аутори

Активацијска функција прихвата улазе у неурон и трансформише их у излазе. Више је таквих функција активације. Двије су посебно занимљиве: Биполарна функција која сваки улаз мањи или једнак нули претвара у нулу, а сваки улаз већи од нуле претвара у један: $\phi(x) = 0$ за $x \leq 0$, $\phi(x) = 1$ за $x > 0$. Друга активацијска функција је сигмоидна функција:

$$y(x, \sigma) = \frac{1}{1 + e^{-\sigma x}}$$

2.1. Вишеслојне неуронске мреже (мултилајер перцептрон)

Вишеслојне неуронске мреже имају један улазни слој (input layer), један излазни слој (output layer) и један или више скривених слојева неурона (hidden layer). У економији вишеслојне неуронске мреже могу имати различите примјене: могу се користити у систему пословне интелигенције за процјене цијена акција, обвезница, каматних стопа, финансијских деривата и сл. Подручје примјене вишеслојних неуронских мрежа је и класификација у маркетингу, менаџменту, финансијама (нпр. сегментација купаца, добављача, корисника кредита банке и сл.). Дијаграм на сљедећој слици приказује вишеслојну неуронску мрежу (multilayer perceptron) с једним улазним слојем, једним скривеним и једним излазним слојем.



Слика 2. Вишеслојна неуронска мрежа. Извор: Аутори

Улазни слој има n неурона, p неурона је на скривеном слоју, а m неурона је на излазном слоју. Тежински фактори између улазног и скривеног слоја означени су са v_{ij} , а тежински фактори између скривеног и излазног слоја су означени са w_{jk} , гдје је $0 \leq i \leq n$, $0 \leq j \leq p$ и $0 \leq k \leq m$ ⁴. Сложеније неуронске мреже могу имати више скривених слојева. Први слој (улазни) једини прима податке (сигнале) из околине и преноси их сљедећем слоју (скривени слој). *Улазни слој*: сваки неурон добија само један улаз директно изван неуронске мреже. *Скривени слој*: повезује улазни и излазни слој. Скривени слој обрађује податке, те их просљеђује излазном слоју мреже.

Изразни слој: Израз из сваког неурона је директно у околину. Коначни резултати обраде су на излазним неуронима.

Архитектура неуронских мрежа с једним улазним, једним скривеним и једним излазним слојем је најчешћа. Сваки неурон улазног слоја је повезан

⁴ Неуронска мрежа са једним скривеним нивоом и са сигмоидном функцијом активизације може апроксимисати сваку функцију са жељеном тачношћу (Cybenko, 1989) и (Hornik, et al., 1989).

са сваким неуроном скривеног слоја и сваки неурон скривеног слоја је повезан са сваким неуроном излазног слоја.

Неуронске мреже се према смјеру простирања информација (сигнала) мрежом дијеле на *feedforward* (неповратне) и *feedback* (повратне). У неповратној неуронској мрежи виши слој не враћа податак (сигнал) нижем слоју. Сигнал се простире само од улазног ка излазном слоју. У повратној неуронској мрежи виши слој враћа податак (сигнал) нижем слоју. Стога ће се приказати начин рада повратне неуронске мреже, начин учења и простирања података и сигнала.

За објашњење њиховог рада користе се сљедеће ознаке:

α – брзина учења (learning rate), x – вектор улаза (training vector), $x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$,

t – вектор излаза (target vector) $t = (t_1, t_2, t_3, \dots, t_m)$, x_i – излаз из i -тог улазног неурона,

z_j – излаз j -тог скривеног неурона, y_k – излаз k -тог излазног неурона,

t_k – циљна вриједност k -тог излазног неурона. Укупна улазна вриједност

j -тог неурона на скривеном слоју је $zin_j = \sum_{i=0}^n x_i v_{ij}$. Излаз из j -тог неурона

на скривеном слоју је $z_j = f(zin_j)$. Укупни улаз k -тог неурона на излазном

слоју је $yin_k = \sum_{j=0}^p z_j w_{jk}$. Излаз из k -тог неурона на излазном слоју је

$y_k = f(yin_k)$. Битно је уочити сљедећа правила:

- нема повезаности неурона који припадају истом нивоу (слоју),
- неурон на једном слоју је повезан само с неуронима на сљедећем слоју (*feedforward*),
- прескакање слојева није допуштено.

Данас је у примјени трећа генерација неуронских мрежа која успјешно препознаје слике и говор (Abbott, et al., 2016). Нова парадигма учења неуронских мрежа треће генерације заснива се на два повезана корака. У првом кораку се екстрахирају информације о интерној структури неформатираних података помоћу тзв. аутоасоцијатора (*autoassociator*), а у другом кораку се та нова, форматирана структура, обрађује помоћу вишеслојне неуронске мреже (Benkachcha et al., 2015).

Постоје и *feedback* мреже (мреже са повратном везом) код којих се излази из чворова враћају као улази у чворове истог или претходних слојева.

Оне се називају рекурентне неуронске мреже (*Recurrent Neural Networks*). Та мрежа прослијеђује податке од сљедећих нивоа процесирања ка претходним или истим разинама. Рекурентна мрежа је модификација основне мреже прослијеђивања унапријед, а њу су први приказали Ј. Елман и М. И. Јордан

Елманова неуронска мрежа има три слоја, уз додатак скупа контекстних јединица у улазном слоју. Излаз из сваког скривеног слоја се копира у контекстне чворове, тако да је у број контекстних чворова једнак броју чворова на скривеном слоју.

3. Дизајнирање модела неуронских мрежа за прогнозирање бруто друштвеног производа

Изградња архитектуре неуронске мреже за успјешно прогнозирање економских варијабли на темељу временских серија је сложен задатак. Алгоритам дизајна неуронске мреже за прогнозирање економског раста мјереног промјенама друштвеног бруто производа може се приказати у облику сеkvенцијске структуре, тј. низа корака који прате одређени низ.



Слика 3. Кораци алгоритма дизајна умјетне неуронске мреже. Извор: Аутори

Слиједи кратко објашњење корака алгоритма дизајна умјетне неуронске мреже за прогнозирање промјена БДП.

3.1. Избор варијабли

Прогнозирање промјена бруто друштвеног производа сложен је истраживачки задатак чије задовољавајуће рјешење зависи од познавања прогностичких метода и односа који се успостављају између промјена бруто друштвеног производа као зависне варијабле и одабраних независних варијабли. Бруто друштвени производ према доходном принципу одређен је привредном структуром која се може разложити на три кључна сектора: пољопривреду, индустрију и услуге. Сваки од тих сектора има одређени релативни удио у бруто друштвеном производу и промјени њихових удјела у времену (релативних односа) одговара и одређена промјена бруто друштвеног производа. Стога су егзогене варијабле у дата сету релативни удјели пољопривреде, индустрије и услуга у раздобљу од 2000. до 2015. године, а ендогена варијабла су стопе промјена бруто друштвеног производа. За прогнозу економског раста мјереног стопом бруто друштвеног производа имплементацијом неуронских мрежа потребно је изградити четири неуронске мреже.

Три неуронске мреже служе за прогнозу временских серија удјела пољопривреде, индустрије и услуга у бруто друштвеном производу а четврта неуронска мрежа, на темељу прогноза тих удјела за временска раздобља $t+1$, $t+2, \dots, t+n$, имплементира знање о односима релативних удјела та три сектора и промјене бруто друштвеног производа (БДП) јер прогнозира стопе промјена БДП за раздобља $t+1$, $t+2, \dots, t+n$.

Имплементација умјетних неуронских мрежа у прогнози бруто домаћег производа на темељу удјела пољопривреде, индустрије, производње и услуга приказана је у раду (Милачић, et al., 2017). Аутори успоређују квалитет прогнозе примјеном умјетне неуронске мреже (extreme learnin machine) и неуронске мреже с повратном везом (backpropagation). Избор варијабли на темељу којих ће се тренирати неуронска мрежа је увијек критичан корак. Неуронска мрежа је моћан алат за откривање сложених и нелинеарних односа између низа различитих варијабли. Та чињеница је и главни разлог њихове имплементације у прогнозирању економских варијабли јер су њихови односи најчешће нелинеарне природе. Економска теорија помаже у избору варијабли које онда постају предиктори у моделу неуронске мреже. Тако су релативни удјели пољопривреде, индустрије и услуга варијабле, индикатори обликовани на темељу података о формирању БДП и они постају улази у неуронску мрежу.

3.2. Прикупљање података

Подаци за израчунавање удјела пољопривреде, индустрије и услуга у БДП БиХ, као и промјене БДП се базирају на билтенима Агенције за статистику

БиХ. Оригинални подаци су у облику табеле у којој се према производној методи приказују: бруто додана вриједност по дјелатностима (пољопривреда, шумарство и риболов, вађење руда и камена ...) у БиХ, порези на производе и услуге, увоз, субвенције на производе (минус) и на крају бруто домаћи производ (БДП). Табела има сљедећи изглед:

Табела 1.

Бруто додана вриједност по дјелатностима и бруто домаћи іроизвод у БиХ у іериоду 2000-2015. іодине

	2005	...	2015
А	Пољопривреда, шумарство и риболов	1.462.941		1.779.206
Б	Вађење руда и камена	319.079		564.671
5	Вађење угљена и лигнита	214.083		
...
9	Помоћне услужне дјелатности у вађењу руда и камена	2.494		
Ц	Прерађивачка индустрија	1.752.302		3.322.349
10	Производња прехранбених производа	328.847		
11	Производња пића	122.241		
.....
33	Поправак и инсталирање машина и опреме	21.013		
Д	Производња и снабдијевање/опскрба електричном енергијом, плином, паром и климатизација	723.426		1.108.127
Е	Снабдијевање/опскрба водом; уклањање отпадних вода, управљање отпадом те дјелатности санације околиша	202.278		306.730
Ф	Грађевинарство	766.578		1.124.531
Г	Трговина на велико и на мало; поправка моторних возила и мотоцикала	2.103.675		3.839.962
Х	Превоз и складиштење	598.763		1.038.618
И	Дјелатности пружања смјештаја те припреме и услуживања хране (хотелијерство и угоститељство)	424.592		577.062
Ј	Информације и комуникације	919.798		1.309.782
К	Финансијске/Финанцијске дјелатности и дјелатности осигурања	634.636		1.030.711
Л	Пословање некретнинама	1.223.307		1.436.051
	од тога: импутирана рента	1.121.939		1.220.480
М	Стручне, научне/знанствене и техничке дјелатности	464.642		786.713
Н	Административне и помоћне услужне дјелатности	108.508		236.599
О	Јавна управа и одбрана/обрана; обавезно/обавезно социјално осигурање	1.484.858		2.467.454
П	Образовање	693.456		1.315.460
Q	Дјелатности здравствене и социјалне заштите/скрби	674.133		1.358.837
Р	Умјетност, забава и рекреација	122.366		325.766
С	Остале услужне дјелатности	215.356		325.306
Т	Дјелатности домаћинства као послодаваца			
У	Дјелатности вантериторијалних организација и тијела			

	2005	...	2015
Укупно све дјелатности		14.894.694		24.253.935
УФПИМ (-)		408.025		729.866
Бруто додана вриједност, базне цијене		14.486.672		23.524.069
Порези на производе и услуге и увоз минус субвенције на производе (+)		3.167.103		5.015.450
Бруто домаћи производ (БДП) у тржишним цијенама		17.653.775		28.539.519

Извори: Агенција за статистику БиХ, Саопштење број 1, Сарајево, 21.07.2016. године, Агенција за статистику БиХ тематски билтен, ISSN 1840-104X Т, 2015. године, Агенција за статистику БиХ тематски билтен, ISSN 1840-104X Сарајево, децембар 2012. године.

Оригинални подаци, чији дио је приказан у табели 1, прво се агрегирају, а потом се из њих креира дата сет следећег изгледа:

Табела 2.

Дата сет (aT) за тренирање неуронске мреже АИС_Б

Година	Удјел пољопривреде у БДП (%)	Удјел индустрије у БДП (%)	Удјел услуга у БДП (%)	Промене БДП (БДП _{t+1} -БДП _t)/БДП _t
T_0	$ПУ_{T_0}$	$ИУ_{T_0}$	$СУ_{T_0}$	$гБДП_{T_0}$
T_1	$ПУ_{T_1}$	$ИУ_{T_1}$	$СУ_{T_1}$	$гБДП_{T_1}$
...
T_n	$ПУ_{T_n}$	$ИУ_{T_n}$	$СУ_{T_n}$	$гБДП_{T_n}$
.....
T_{n+1}	$ПУ_{T_{n+1}}$	$ИУ_{T_{n+1}}$	$СУ_{T_{n+1}}$	$гБДП_{T_{n+1}}$

Извор: Аутори

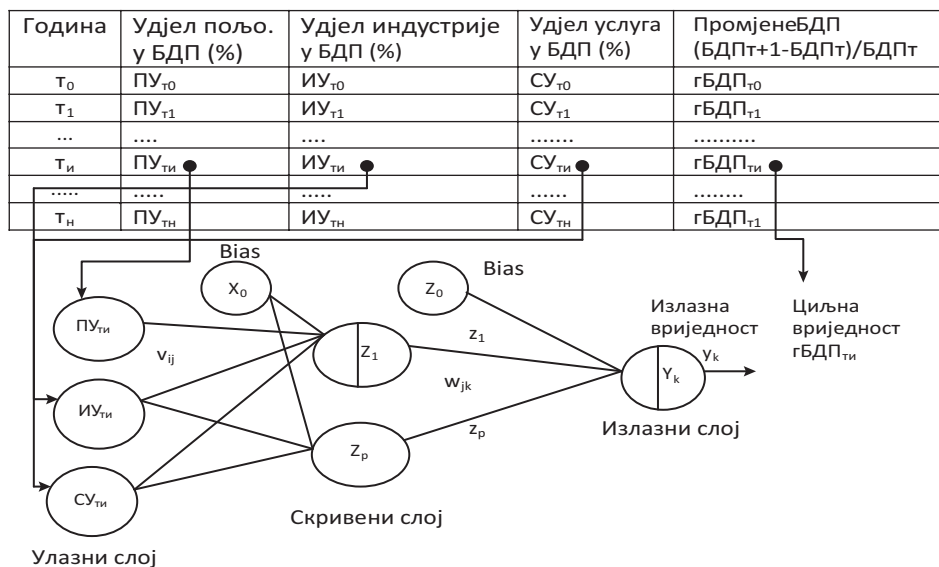
Колоне дата сета су удјели пољопривреде, индустрије и услуга у БДП, а посљедња колона су промене БДП које одговарају тим удјелима у одређеној години. Осим неуронске мреже која одражава везе између удјела појединих сектора и промене БДП, тренираће се још три неуронске мреже: за прогнозирање удјела пољопривреде, индустрије и услуга на темељу временске серије (одговарајућа колона дата сета у табели 2) за периоде $t(n+1)$ и $t(n+2)$.

Предпроцесирање података често захтијева и њихову нормализацију тако што се трансформишу у интервал $[0,1]$ или интервал $[-1,1]$. Нормализација података помаже неуронској мрежи у процесу учења јер она лакше открива правилности у подацима на улазном слоју.

Умјетна неуронска мрежа користи улазне податке (приказани дата сет у табели 2) за учење (тренирање), тестирање и валидирање. Најчешће 70% улазних података служи за тестирање, 15% за тестирање, а преосталих 15% за валидирање.

4. Дизајн неуронске мреже

Архитектура неуронске мреже дефинише њену структуру чији су елементи број неурона на сваком нивоу, те број веза и начин повезивања неурона. Број неурона улазног слоја је најједноставнији параметар јер је одређен бројем улазних варијабли, а сваку улазну (независну) варијаблу представља њезин улазни неурон. Пресликавање између броја неурона на улазном слоју и броја независних варијабли је типа 1:1. У нашем примјеру умјетне неуронске мреже АИС_Б број улазних варијабли је три, те су три неурона на улазном слоју. Везу између података у дата сету и архитектуре неуронске мреже АИС_Б приказује сљедећа слика:



Слика 4. Дизајн умјетне неуронске мреже АИС_Б из дата сета

Међутим, избор броја скривених слојева и броја неурона на скривеном слоју је посебан задатак. Највећи број сложених задатака прогнозирања или класификације се може ријешити с једним скривеним слојем. Мали број неурона на скривеном слоју често резултира слабијим исходима учења неуронске мреже. Постоје одређена емпиријска правила одређивања броја неурона на скривеном слоју.

4.1. Тренирање неуронске мреже

Почетне вриједности тежинских фактора између неурона на слојевима неуронске мреже се случајно генеришу у интервалу [-0.5, 0.5]. Функција грешке вишеслојне неуронске мреже је збир квадрата одступања свих излаза у од-

носу на циљне вриједности излаза. Грешка неуронске мреже (E) је једнака (видјети слике 3 и 4). Грешка неуронске мреже се може промијенити промјеном тежинских фактора између улазног и скривеног слоја (v_{ij}) и промјеном тежинских фактора између скривеног и излазног слоја (w_{jk}). Промјену функције грешке (E) у зависности од промјена тежинских фактора v_{ij} одређује деривација

$$\frac{\partial E}{\partial v_{ij}} = \frac{\partial}{\partial v_{ij}} \left\{ \frac{1}{2} \sum_k (t_k - y_k)^2 \right\}$$

Смањивање грешке E (разлике између вриједности излаза из неуронске мреже и циљне вриједности) зависиће и од промјена тежинских фактора између скривеног и излазног слоја неуронске мреже. Рјешење је у проналажењу одговарајуће деривације, тј. потребно је пронаћи:

$$\frac{\partial E}{\partial w_{jk}} = \frac{\partial}{\partial w_{jk}} \left\{ \frac{1}{2} \sum_k (t_k - y_k)^2 \right\}. \text{ Алгоритам backpropagation полази од функције}$$

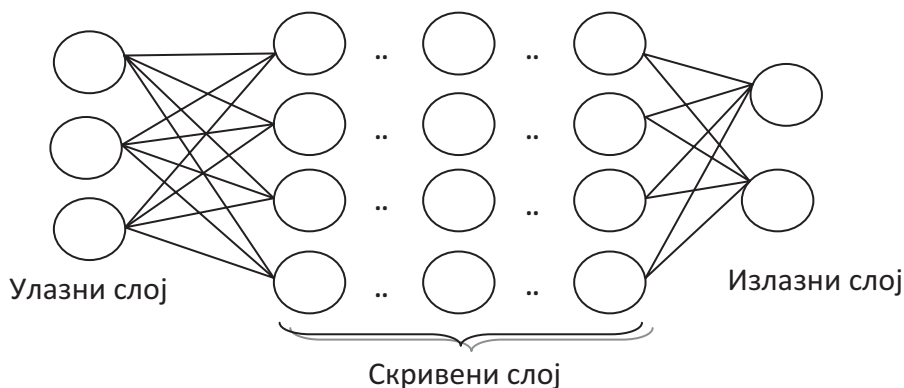
грешке и прилагођава тежинске факторе између скривеног и излазног слоја, а потом између улазног и скривеног слоја. На слици бр.5 приказани су кораци алгоритма backpropagation.

Корак	Акција
0:	Иницијализирање тежинских фактора (случајно генерирање - тежински фактори између -0.5 и 0,5)
1:	WHILE (услов $o - E > \epsilon$)
	{
2:	FOR (Сваки улазни слог - pattern)
	{
3:	Учитати x_i за $i=1,2,3,\dots,n$
4:	$zin_j = \sum_{i=0}^n x_i v_{ij}$ за $j=1,2,3,\dots,p$.
	$z_j = f(zin_j)$
5:	$yin_k = \sum_{j=0}^p z_j w_{jk}$ $y_k = f(yin_k)$ за $k=1,2,\dots,m$
6:	$\delta_k = \sum_k (t_k - y_k) f'(yin_k)$
	$\Delta w_{jk} = \alpha \delta_k z_j$
7:	$\delta_j = \sum_k \delta_k w_{jk} f'(zin_j) = f'(zin_j) \sum_{k=1}^m \delta_k w_{jk}$ $\Delta v_{ij} = -\alpha \frac{\partial E}{\partial v_{ij}} = \alpha \delta_j x_i$

Слика 5. Алгоритам backpropagation. Извор: Аутори

Неуронске мреже су почеле с перцептроном, неуронском мрежом која има само два слоја: улазни и излазни слој.

Након те прве генерације, слиједи друга генерација неуронских мрежа са вишеслојном неуронском мрежом те њеним побољшањима: Јордановом, Елмановом неуронском мрежом, БФР неуронском мрежом (Radial Basis Function Network), Хопфилдовом мрежом. Најновија генерација су дубинске неуронске мреже (Deep neural networks), а оне садрже више скривених слојева између улазних и излазних слојева за разлику од плитких умјетних неуронских мрежа (Schmidhuber, J. 2015).



Слика 6. Приказ дубинске неуронске мреже. Извор: Schmidhuber, J. 2015.

Примјер дубинске неуронске мреже, приказан сликом 5, има више од три слоја између улазног и излазног слоја и служи моделирају нелинеарних односа међу варијаблама.

Неуронска мрежа АИС_БДП ће имати три неурона на улазном слоју, пет неурона на скривеном слоју и један неурон на излазном слоју.

5. Експериментални резултати

Неуронска мрежа АИС_БДП у поступку тренирања ће научити односе између удјела пољопривреде, индустрије, услуга у БДП и промјена друго друштвеног производа. Такву је мрежу могуће употријебити у прогностичке сврхе само ако су улази прогнозиране вриједности удјела пољопривреде, индустрије и услуга. Стога имплементација неуронске мреже АИС_БДП у прогностичке сврхе зависи од прогнозе временских серија тих удјела за раздобље од 2000. до 2015. године. Већи је број радова који приказују имплементацију неуронских мрежа у прогнозирању временских серија. Тако у раду Milačić et al., 2017. се упоређују грешке и квалитет прогнозе економског раста употребом умјетне неуронске мреже са повратном везом

и неуронских мрежа с екстремним машинским учењем (extreme learning machine) код којих се тежински фактори између улазних и скривеног слоја само једанпут случајно генеришу и више се не мијењају. У раду Benkachcha et al, 2015. показује се да је најбоље резултате у прогнозирању временских серија понудио Levenberg-Marquardt backpropagation алгоритам са сигмоидном активацијском функцијом на скривеном слоју и линеарном функцијом на излазном слоју.

Логика прогнозирања временских серија помоћу неуронских мрежа је иста за пољопривреду, индустрију и услуге. Претпоставка је да је довољно обликовати паттерне који садржавају размак од три временске јединице (time lag). Тако се на основу слике 3 обликује временска серија за прогнозирање удјела пољопривреде:

Таблица 4.

Временске серије удјела пољопривреде у БДП и обликовање дата сет за прогнозу неуронском мрежом

Година	Удјел пољопривреде у БДП (%)	Удјел пољопривреде у БДП (%) (улаз у неуронску мрежу)	Удјел пољопривреде у БДП (%) (излаз из неуронске мреже)
2000	PU_{t_0}	$PU_{t_0}, PU_{t_1}, PU_{t_2}$	PU_{t_3}
2001	PU_{t_1}	$PU_{t_1}, PU_{t_2}, PU_{t_3}$	PU_{t_4}
2002	PU_{t_2}	$PU_{t_2}, PU_{t_3}, PU_{t_4}$	PU_{t_5}
2003	PU_{t_3}
.....	$PU_{t_{12}}, PU_{t_{13}}, PU_{t_{14}}$	$PU_{t_{15}}$
2015	$PU_{t_{15}}$	$PU_{t_{13}}, PU_{t_{14}}, PU_{t_{15}}$	$PU_{t_{16}}$ (прогноза)
		$PU_{t_{14}}, PU_{t_{15}}, PU_{t_{16}}$	$PU_{t_{17}}$ (прогноза)

Извор: Аутори

Тај је корак неопходан јер трансформише дата сет у облик прихватљив за учење умјетне неуронске мреже. Подаци су нумерички у интервал $[0,1]$, те их није потребно нормализовати.

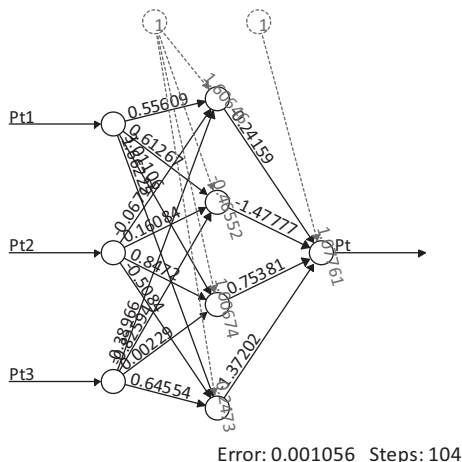
5.1. Прогнозирање удјела пољопривреде у БДП помоћу неуронске мреже

Тренирање неуронске мреже и прогнозирање користи Р програмски језик и одговарајуће пакете. Подаци су похрањени у датотеци Excel и учитавају се у Р језик. Потом се из датотеке бира радни лист у којем је временска серија удјела сектора пољопривреде у БДП Босне и Херцеговине за период од 2000. до 2015. године:

Година	УдиоПољ.	Пт3	Пт2	Пт1	Пт
1 2000	0.10188015599	0.10188015599	0.10035994933	0.09783382802	0.08951226284
2 2001	0.10035994933	0.10035994933	0.09783382802	0.08951226284	0.09635179638
.....					
102009	0.08746023557	0.08746023557	0.08523250171	0.08488621476	0.07766782332
112010	0.08523250171	0.08523250171	0.08488621476	0.07766782332	0.08531901502

Учитава се пакет неуралнет који садржи све потребне функције за тренирање и приказ неуронске мреже удјела пољопривреде у БДП⁵.

Елементи вектора Пт су вриједности удјела пољопривреде у БДП за раздобље од 2000. до 2010. године, вриједности Пт1(Пт1),Пт2(Пт2),Пт3(Пт3) су временски помаци тих удјела (time lag) за раздобља т-1, т-2, т-3 и оне су улази на улазном слоју неуронске мреже егП. Неуронска мрежа егП се може визуализовати наредбом plot(), а што помаже у разумијевању њеног дизајна⁶:



Слика 7. Неуронска мрежа за прогнозирање удјела пољопривреде у БДП.
 Извор: Аутори

```

Слиједи тестирање неуронске мреже А_нн наредбама:
> тестирање= cbind(п [12:13,5], resultsP$net.result)
> тестирање
[,1] [,2]
    
```

⁵ Сљедећа наредба дефинира неуронску мрежу егП:
 > егП = neuralnet(Пт~Пт1+Пт2+Пт3, data= пП, **hidden=4**, threshold = 0.01,
 learningrate=0.001, algorithm="backprop", err.fct = "sse", linear.output=TRUE)

⁶ У Р програмском језику је имплементирано више функција којима се може описати детаљније неуронска мрежа у пакету неуралнет. Детаљније информације се могу наћи у раду Günther, F., Fritsch, F., 2010.

12 0.08531901502 0.08477060516

13 0.07487210775 0.08126814957

Прва колона су стварне вриједности удјела пољопривреде у БДП за 2013. и 2014. годину, а друга колона су вриједности прогнозиране неуронском мрежом A_{nn} .

Прогнозирана вриједност удјела пољопривреде у БДП за 2016 годину је:

```
> compute(erП, п[14,3:5])
```

```
$net.result
```

```
[,1]
```

```
14 0.08000491955
```

Прогнозирани удјел пољопривреде за 2016. годину је 0.0755. Сада се та вриједност може користити за прогнозирање удјела пољопривреде у БДП у 2017. години:

```
п[15,3]=п[14,4]
```

```
п[15,4]=п[14,5]
```

```
п[15,5]= 0.08000491955
```

Прогнозирана вриједност удјела пољопривреде у БДП за 2017. годину је:

```
> compute (erП, п[15,3:5])
```

```
$ net.result
```

```
[,1]
```

```
15 0.08507836976
```

Прогнозирана вриједност удјела пољопривреде у БДП за 2017. годину употребом неуронске мреже је 0.08507836976.

Функција `compute()` рачуна и сабира излазе из свих неурона на улазном, скривеном и излазном слоју. Она омогућава прогнозирање у неуронској мрежи на основу дефинисаних временских помака у односу на вријеме t (у даном примјеру дефинишу се три помака, $t-1$, $t-2$ и $t-3$).

Истом логиком тренирају се неуронске мреже за прогнозирање удјела индустрије и услуга. Резултати прогнозирања су видљиви у сљедећој табели:

Табела 3.

Прогноза удјела пољопривреде, индустрије и услуга у БДП за 2016. и 2017. годину

	Пољопривреда (удјел у БДП)	Индустрија (удјел у БДП)	Услуге (удјел у БДП)
Број неурона на улазним, скривеном (скривеним) и излазном слоју неуронске мреже	(1,4,1)	(3, (4,3),1)	(3,(4,3),1)
2016. година	0.08000491955	0.2609923801	0.6255400064
2017. година	0.08507836976	0.2896117265	0.6223046929

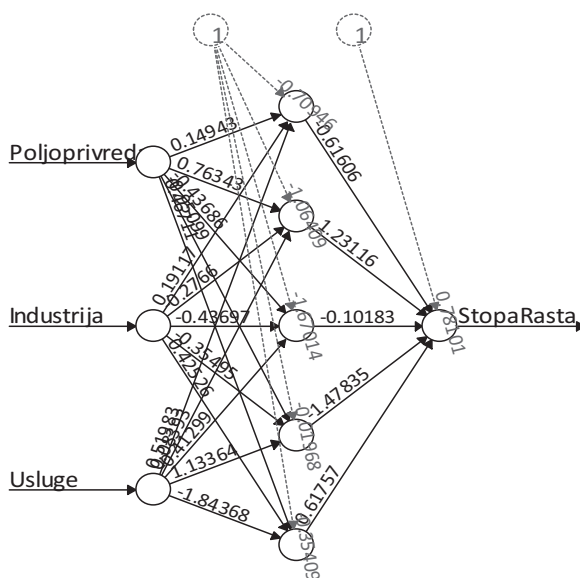
5.2. Предвиђање раста БДП примјеном неуронске мреже

Након изградње три неуронске мреже за прогнозирање временских серија и прогнозирања удјела пољопривреде, индустрије и услуга у БДП, слиједи дизајн неуронске мреже за прогнозирање раста БДП. Дизајн мреже АИУ_БДП објашњен је детаљно на слици 4. На улазном слоју су три неурона, а на излазном слоју је један неурон. Након експериментисања са бројем скривених слојева и бројем неурона на скривеним слојевима, одабрана је мрежа 3,5,1, тј. један скривени слој са пет неурона. Позив функције `neuralnet()` и одређивање параметара приказује следећа наредба:

```
>er=neuralnet (StopaRasta~Poljoprivreda+Industrija+Usluge, data=aT,
  hidden=5, learningrate=0.0001, algorithm="backprop", err.fct = "sse", linear.
  output=TRUE)
```

Потом се наредбом `plot(er)` визуализира неуронска мрежа АИС_БДП с тежинским факторима, с улазним, скривеним и излазним слојем и одговарајућим неуронима:

```
> plot(er)
```



Слика 8. Неуронска мрежа за прогнозирање стопе раста БДП

Укупна грешка неуронске мреже је 0.02636, а укупан број пролаза мрежом (epochs) за израчунавање тежинских фактора између улазног и скривеног слоја, те скривеног и излазног слоја је 2548.

Након тестирања неуронске мреже и придруживања прогнозираних вриједности удјела пољопривреде, индустрије и услуга за 2016. и 2017. годину (табела 3).

Слиједи прогнозирање стопе раста БДП за 2016. и 2017. годину:

16 **0.03536034367**

17 **0.04231261333**

Резултати прогнозирања раста БДП за БиХ су оптимистични и износе 3,5% у 2016. и 4,2% у 2017. години. Наиме, стопа раста БДП је јасан индикатор конвергенције у развоју земаља чији је БДП по глави становника мањи од просјека земаља које се дио интегрираног система. Смањивање јаза у развијености могуће је осигурати држим растом БДП земаља чији је БДП *per capita* мањи од просјечног, а што чини суштину тзв. β конвергенције.

Закључак

Предвиђање економских индикатора сложен је економски проблем, а грешке у прогнозирању су обрнуто пропорционалне учењу и примјени софистицираних прогностичких модела. Учење има коријене у пракси, стеченом знању, те доступним подацима и информацијама. Способност учења и знање су два предуслова опстанка и развоја. У раду је примијењено знање о повезаности раста бруто друштвеног производа са привредном структуром у националној економији, те се та повезаност онда описује неуронским мрежама.

Неуронске мреже за прогнозу временских серија и повезаности промјена бруто друштвеног производа с привредном структуром (неуронска мрежа АИС_БДП) омогућиле су прогнозу промјена бруто друштвеног производа за 2016. и 2017. годину. Уопштено, резултати прогнозе неуронским мрежама коинцидирају с практичном ситуацијом и трендовима на које указује и Дирекција за економско планирање у БиХ. Наиме, она предвиђа реалан економски раст од 3,4% у БиХ за 2017. годину на основу убрзаног раста еврозоне са 1,6 на 1,8%.

Након симулација, употребом функција и пакета Р језика показано је да је метода неуронских мрежа ефикасна и изведива са високом тачношћу, прогнозиране вриједности су релативно поуздане, а грешке су мале. Очито је да је неуронска мрежа може ријешити нелинеарне односе међу економским варијаблама. Стога је метода умјетних неуронских мрежа примјењива и на проблем прогнозирања промјена бруто друштвеног производа. Квалитет података на којима се заснива имплементација модела неуронских мрежа кључни је елемент поузданости прогнозе јер неуронске мреже сма-

њују утицај субјективних фактора. Модел неуронских мрежа може бити користан и за прогнозу инвестиционих ризика, промјена цијена хартија од вриједности, те помоћи влади и економским институтима у процесу прогнозирања и доношења одлука.

Литература

- Abbott, L. F., DePasquale, B., Memmesheimer, R.M. (2016). Building functional networks of spiking model neurons. *Nature Neuroscience*, 19, 350–355.
- Benkachcha, S, Benhra, J, Hassani, H. (2015). Seasonal Time Series Forecasting Models based on Artificial Neural International. *Journal of Computer Applications*, (0975 – 8887), Vol. 116 – No. 20.
- Cybenko, G. (1989). Approximation by superposition of a sigmoidal function. *Mathematics of Control, Signals and Systems*, 2, 303-314.
- Günther, F., Fritsch, F. (2010). Neuralnet: Training of Neural Networks. *The R Journal*, Vol. 2/1.
- Hornik, K., Stinchcombe, M. & White, H. (1989). Multilayer feedforward networks are universal approximators. *Neural Networks*, 2, 359-366.
- Markić, B. (2014). *Sustavi potpore odlučivanju i poslovna inteligencije*. Mostar: HKD Napredak, Glavna podružnica Mostar.
- Milačić, Lj., Jović, S., Vujović, T., Miljković, J. (2017). Application of artificial neural network with extreme learning machine for economic growth estimation. *Physica*, 465 285–288.
- Schmidhuber, J. (2015). *Deep learning in neural networks: An overview*, Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0893608014002135>. [Pristup 16. 01. 2017].
- Wang, T. (2016). *Forecast of Economic Growth by Time Series and Scenario Planning Method*, *Modern Economy*, 7, 212-222. Available: <http://www.scirp.org/journal/me> <http://dx.doi.org/10.4236/me.2016.72023> . [Приступ 12. 11. 2016]. <https://www.mql5.com/en/articles/1103>, [Приступ 3.1.2017. године].

